

Seminarvortrag von Sandro Patocchi

## Large Steps in Cloth Simulation

Orlando, 1998

David Baraff      Andrew Witkin  
Robotic Institute, Carnegie Mellon University

1

## Die Autoren



David Baraff

Senior Animation Scientist bei den Pixar Animation Studios seit 1998

Zuvor Associate Professor für Robotik an der Carnegie Mellon University



Andrew Witkin

Ebenfalls bei Pixar Animation Studios tätig

Zuvor Professor für Robotik an der Carnegie Mellon University

2

## Kleider Simulation - Motivation

Virtual dressing room



<http://miralabwww.unige.ch/subpages/ClothesSite/index.html>

3

## Motivation

Animation



4

## Präsentationsübersicht

- Einführung in die Problematik
- Probleme angewandter Methoden
- Ideen des Papers
  - Implizite Integration
  - Dämpfungskräfte
  - Constraints
  - Kollisionsdetektion
  - Adaptive Time Stepping
- Performance
- Abschluss

5

## Einführung

• Kleidersimulation basiert auf dem Problem der verformbaren Körper

• Verschiedene Repräsentationsmöglichkeiten der Körper

• Numerische Lösungsmöglichkeiten

• Kollisionsdetektion

• Constraints

6

## Einführung

• Gemeinsamkeit verschiedener Methoden:

Die Lösung stammt von einer zeitabhängigen partiellen Differentialgleichung

$$\ddot{x} = M^{-1} \left( \frac{-\partial E(x)}{\partial x} + F(x, \dot{x}) \right)$$

Vektor  $x$ : geometrischer Zustand

Matrix  $M$ : Masseverteilung

$E$ : innere Energie des Kleidungsstücks

$F$ : äußere Kräfte

7

## Problem

• Bottleneck:

$$\ddot{x} = M^{-1} \left( \frac{-\partial E(x)}{\partial x} + F(x, \dot{x}) \right) = M^{-1} f(x, \dot{x})$$

Explizite numerische Integration -> kleine Zeitschritte um numerische Instabilität zu verhindern

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ M^{-1} f(x, v) \end{pmatrix} \quad \text{Diffgl 1. Ordnung}$$

8

## Problem

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ M^{-1} f(x, v) \end{pmatrix} \quad \text{Diffgl 1. Ordnung}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_0 \\ M^{-1} f_0 \end{pmatrix} \quad \text{Explizite forward Euler Methode}$$

Bottleneck: h muss klein sein um Stabilität zu gewährleisten

9

## Problem

Zudem ungl. Klich: kleinere Zeitschritte führen zu weniger steifem Verhalten von Kleidern.

Kleider sind steif beim dehnen  
Aber gut beugbar

10

## Idee des Papers

Stabil grosse Zeitschritte zu berechnen

Mit impliziter numerischer Integration (statt explizit)

Neue Techniken für Constraints

Grundsätzliche Behandlung von Dämpfungseigenschaften

11

## Methodik - implizite Integration

$$\ddot{x} = \frac{f}{M} \Rightarrow \ddot{x} = M^{-1} \left( \frac{-\partial E(x)}{\partial x} + F(x, \dot{x}) \right)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ M^{-1} f(x, v) \end{pmatrix} \quad \text{Diffgl 1. Ordnung}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_0 \\ M^{-1} f_0 \end{pmatrix} \quad \text{Explizite forward Euler Methode}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_0 + \Delta v \\ M^{-1} f_0(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) \end{pmatrix} \quad \text{Implizite backward Euler Methode}$$

12

## Methodik - implizite Integration

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_0 + \Delta v \\ M^{-1} f_0(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Implizit backward} \\ \text{Euler Methode} \end{array}$$

Der implizite Teil verhindert wild wachsende Outputs  $\Rightarrow$  steiferes Verhalten

13

## L<sup>o</sup>sung der Gleichung

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_0 + \Delta v \\ M^{-1} f_0(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Implizite backward} \\ \text{Euler Methode} \end{array}$$

mit

$$f(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) = f_0 + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v \quad \text{Taylor}$$

und

$$\Delta x = h(v_0 + \Delta v)$$

folgt aus unterer Zeile

$$\left( I - hM^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta v = hM^{-1} \left( f_0 + h \frac{\partial f}{\partial x} v_0 \right)$$

14

## L<sup>o</sup>sung der Gleichung

$$\left( I - hM^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta v = hM^{-1} \left( f_0 + h \frac{\partial f}{\partial x} v_0 \right)$$

L<sup>o</sup>sen nach  $\Delta v$

Berechnen  $\Delta x = h(v_0 + \Delta v)$

resultierendes  $x$  und  $v$

für nächsten Iterationsschritt in  $f(x, v)$

$$\text{bis } \left( I - hM^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta v - hM^{-1} \left( f_0 + h \frac{\partial f}{\partial x} v_0 \right) \cong 0$$

STARK vereinfacht erklärt!

15

## Energie und Kräfte

$$\ddot{x} = M^{-1} f = M^{-1} \left( -\frac{\partial E(x)}{\partial x} + F(x, \dot{x}) \right)$$

Vektor  $x$ : geometrischer Zustand

Matrix  $M$ : Masseverteilung

$E$ : innere Energie des Kleidungsstücks

$F$ : äußere Kräfte

$E$ : charakterisiert das Verhalten des Kleidungsstücks

16

## Innere Energie und Kräfte

E: charakterisiert das Verhalten des Kleidungsstückes

3 grundlegende Kräfte auf Kleider

- Scherkräfte
- Biegekräfte
- Dehnkräfte

17

## äußere Kräfte

$$\ddot{x} = M^{-1} f = M^{-1} \left( \frac{-\partial E(x)}{\partial x} + F(x, \dot{x}) \right)$$

F: von aussen einwirkende Kräfte

- Gravitation
- Luft
- Bewegungen
- Kollisionen

18

## Dämpfungsfunktionen

Die Art wie diese Kräfte gedämpft werden bestimmt das Verhalten des Kleidungsstückes

- Scher- und Biegekräfte sind stoff-charakteristisch
- Dämpfung der Dehnkräfte +/- gleich

19

## Dämpfungsfunktionen

Praktische Durchführung:

$$E_c(x) = \frac{k}{2} C(x)^T C(x)$$

k: Steifigkeitskonstante  
C: Vector Condition

Mit Hilfe dieser Vector Condition lassen sich die  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$  effizient berechnen

20

## Vector Condition

Beispiel Dehnkräfte:

$$C(x) = \begin{pmatrix} \|w_u(x)\| - 1 \\ \|w_v(x)\| - 1 \end{pmatrix}$$

$w_u/w_v$ : beschreiben die Dehnung in u/v Richtung  
(1 f, r ungedehnt)

Ebenso  $C(x)$  f, r andere Kräfte (Scherung/Beugung)

21

## Constraints

Kleidungsstück auf fester Oberfläche/Hindernis

Einschränkung der Bewegungsmöglichkeiten eines Partikels in gewisse Richtungen

Idee: Masse Veränderung

22

## Masse Matrix

$$\ddot{x} = M^{-1} f(x, \dot{x})$$

$$\text{diag}(M) = (m_1, m_1, m_1, m_2, \dots, m_n, m_n, m_n)$$

$m_i$  ist ein Drittel der Masse aller Dreiecke die das i-te Partikel enthält

$$m_i^{-1} = \begin{pmatrix} 1/m_i & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_i & 0 \\ 0 & 0 & 1/m_i \end{pmatrix} \text{ Masse nicht als Skalar betrachten}$$

23

## Masse Veränderung

$$m_i^{-1} = \begin{pmatrix} 1/m_i & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Kräfte in z-Richtung haben keine Wirkung mehr auf Masse

24

## Masse Veränderung

Keine Beschränkung der Constraints auf Koordinatensystem:

Restriktion in Richtung  $p \in R^3$ :

$$\frac{1}{m_i} (I - pp^T)$$

25

## Kollisionsdetektion

Kleid/Hindernis Kollision: eben gesehen (Constraints)

Kleid/Kleid Kollision:  
Test ob sich ein Dreieck mit den Kanten eines anderen Dreiecks schneidet

Achtung:  $O(n^2)$  Tests verhindern mit Heuristik

26

## Reaktion auf Kollision

Starke Dämpfungskraft hinzufügen, um Stoff auseinander zu halten

Baraff/Witkin bedienen sich hier klassischer Methoden

27

## Adaptives Time Stepping

All diese Methoden erlauben eine frei skalierbare Schrittgrößen, ohne Stabilitätsverluste

Max. Schrittgrößen: 1 Frame

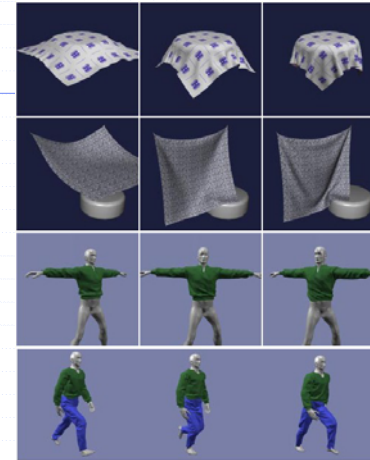
Bei zu grossen Dehnungen/Veränderungen:  
Verwerfen des Resultates und Reduktion der Schrittweite bis zufriedenstellender Änderung

28

## Performance

figure	no. vertices/ triangles		time/frame (CPU sec.)	step size min/max (m)	total frames/ total steps	task breakdown percentage			
	cloth	solid				EVAL	CG	CC	C/S
1	2,602,494/2	322,640	2.23	16.5/33	75/80	25.7	50.4	18.3	1.4
2	2,602,494/2	322,640	3.66	16.5/33	75/80	17.9	63.6	15.3	0.2
3	6,450,12,654	9,941,18,110	7.12	16.5/33	50/52	18.9	33.9	30.9	2.6
4	(shirt) (panta)	6,450,12,654 9,941,18,110	14.5 38.5	2.5/20 0.625/20	430/748 430/1214	16.7 16.4	29.9 35.7	46.1 42.5	2.2 1.7
5	(skirt) (blouse)	2,133,4,020 7,630,14,008	3.68 16.7	5/20 5/20	393/715 393/701	18.1 11.2	30.0 26.0	44.5 57.7	1.3 1.3
6	(skirt) (blouse)	4,530,8,844 7,630,14,008	10.2 16.6	10/20 1.25/20	393/670 393/753	20.1 13.2	36.8 30.9	29.7 50.2	2.6 1.4

29



30



31

## Abschluss

Wirkung der vorgestellten Methoden:

Gewünschte Steifheit keinen Einfluss auf Laufzeit

Zeitschritte können größer gewählt werden (numerische Instabilität wird detektiert und ausgeglichen)

$O(n^{1.5})$  Laufzeit

$$\left( I - hM^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta v = hM^{-1} \left( f_0 + h \frac{\partial f}{\partial x} v_0 \right)$$

32