

# Informationstheorie

## Übung 9

Ausgabe: 8. Januar 2006  
Abgabe: 15. Januar 2006

### 9.1 Lempel-Ziv Algorithmus

- a) Codieren Sie den folgenden Bitstring mit dem Lempel-Ziv-Algorithmus. Verwenden Sie 3 Bits zur Codierung der Präfixposition.

0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1

- b) Decodieren Sie den folgenden Bitstring mit dem Lempel-Ziv-Algorithmus. Es wurden 3 Bits benutzt, um die Position des Präfix zu codieren.

0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1

- c) Erweitern Sie den Lempel-Ziv-Algorithmus so, dass die Anzahl der Bits zur Codierung des Präfix dynamisch bestimmt wird. Wie wird die benötigte Länge des Präfix bestimmt? Tip: Es wird nur noch ein Pass über die Daten benötigt, um einen String zu kodieren.

### 9.2 Vergleich von Codierungsverfahren

In der Vorlesung wurden Ihnen folgende Codierungsverfahren vorgestellt

- Huffman Codierung
- Shannon-Fano Codierung
- Codierung der ganzen Zahlen
- Arithmetische Codierung
- Intervallaengen-Codierung
- Lempel-Ziv-Codierung

Vergleichen Sie die Codierungsverfahren in bezug auf eindeutige Decodierbarkeit, Optimalität, Voraussetzungen (welches Wissen über die zu Codierende Sequenz muss vorhanden sein), und Anwendungsgebiete.

### 9.3 Blockcode auf binär-symmetrischem Auslöschungskanal

In der Sendung “Risiko” des Schweizer Fernsehen DRS muss der Kandidat Bob in der letzten Runde auf eine Reihe von Fragen antworten, um den Hauptpreis zu gewinnen. Bob’s Freundin Alice (sie ist viel gebildeter als er) sitzt im Publikum. Sie weiss die Antworten auf die Fragen und will sie Bob unauffällig mitteilen.



Dies will Alice erreichen, indem sie Bob zuzwinkert. Allerdings kann es sein, dass Bob nicht sieht, mit welchem Auge Alice gezwinkert hat (Wahrscheinlichkeit  $\delta$ ). Mit Wahrscheinlichkeit  $\varepsilon < 0.5$  irrt sich Bob und er meint, dass Alice mit dem rechten Auge gezwinkert hat, obwohl sie mit dem linken Auge gezwinkert hat (und umgekehrt). Mit Wahrscheinlichkeit  $1 - \delta - \varepsilon$  sieht also Bob korrekt, mit welchem Auge Alice gezwinkert hat.

- a) Stellen Sie diesen diskreten, gedächtnisfreien Kanal zwischen Alice und Bob in unserer üblichen graphischen Notation dar!
- b) Wie gross ist die Kapazität  $C$  des Kanals zwischen Alice und Bob?
- c) Wir nehmen jetzt an, dass Bob eine Frage beantworten muss, wobei ihm die Moderatorin vier mögliche Antworten vorgibt. Durch 15-maliges Augenzwinken will Alice Bob die richtige Antwort mitteilen. Was ist die Rate dieses Codes? Sei  $\varepsilon = 0.2$  und  $\delta = 0.2$ . Was sagt uns das Kanalcodierungstheorem 2. Teil bezüglich der in dieser Teilaufgabe geschilderten Situation?
- d) Es kann gezeigt werden, dass für einen beliebigen binären Blockcode und bei Übertragung über einen binär symmetrischen Kanal ein ML-Decoder realisiert wird, indem man das empfangene Wort zu einem Codewort mit minimaler Hammingdistanz decodiert. Formulieren Sie eine ähnlich einfache ML-Decodierregel für die Decodierung eines binären Codes bei der Übertragung zwischen Alice und Bob, falls sie  $N$  mal mit den Augen zwinkert.